

**Zadatak 1:** Za neki investicioni poduhvat pozajmljena je suma od 1 000 000 NJ na rok od 10 godina sa kamatom od 12 % godišnje.

- a) Izračunati vrednost duga posle 10 godina, ako u međuvremenu ne bi bilo nikakvih otplata.
- b) Koliku količinu novca treba da otplaćuje svake godine investitor, da bi se posle 10 godina, uz kamatu od 12% godišnje otplatila suma od 1 000 000 NJ duga?
- c) Koliku količinu novca treba da otplaćuje svake godine investitor ako otplaćuje glavnica i kamatu počev od četvrte godine, s tim da se u naredne tri godine ravnomerno otplate anuiteti iz prethodne tri godine odloženog plaćanja, a zatim nastavi sa ravnomernom otplatom do kraja isplate zajma? Dati tabelarno po godinama (1-10) stanje duga na početku godine, godišnju kamatu, dug na kraju godine, godišnju otplatu duga (glavnica + kamata) i ostatak duga na kraju godine (koji se potpuno otplaćuje posle 10 godina).
- d) Izračunati veličinu ravnomerne (uniformne) mesečne otplate, koja će omogućiti povraćaj zajma i kamate za vreme od 10 godina.
- e) Kolika je izravnata godišnja rata otplate zajma, ako se pored kamate uračunava i planirana srednja godišnja stopa inflacije od 6 %?

**Rešenje:**

$P = 1\,000\,000$  NJ, sadašnja vrednost novca (ako pričamo o kreditu ovo se zove glavnica)

$i = 12\%/god$ , kamatna stopa

$n = 10$  god, interes ili kamata je naknada koju dužnik plaća poveriocu (onome koji daje zajam) za korišćenje pozajmljenog novca na određeno vreme. Interesna stopa pokazuje koliko se novčanih jedinica plaća na svakih sto jedinica kapitala za godinu dana. Sadašnja vrednost ( $P$ , *present*) će ukapacivanjem dati buduću vrednost ( $F$ , *future*) primenom jednokratnog faktora akumulacije, CIF (*Compound Interest Factor*). Činjenica da novac menja vrednost u vremenu je zasnovan na ideji da novac koji je dostupan u sadašnjosti vredi više nego ista količina novca u budućnosti, zbog potencijala zarade na njemu.

- a) Ako ne bi bilo otplata na kraju perioda od 10 godina, dug bi bio:

$$F = P \cdot (1 + i)^n; F = P \cdot (CIF)$$

$$F = 1\,000\,000 \cdot (1 + 0.12)^{10} = 3\,105\,848 \text{ NJ.}$$



Inverzan problem je svođenje na sadašnju vrednost iz budućnosti (diskontovanje). Neka očekivana, buduća vrednost, svodi se na sadašnju vrednost i “raskapacuje” preko faktora svođenja na sadašnju vrednost, PVF (*Present Value Factor*).



$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = F \cdot (PVF)$$

Uloga ovog faktora je da uvaži nominalni porast nekog sadašnjeg novčanog iznosa P sa vremenom, usled delovanja kamatne stope (ili stope aktualizacije).

- b) U ekonomskim analizama često se pojavljuju uniformni nizovi (obično) godišnjih uplata ili isplata (anuiteti), koji se protežu od određenog (sadašnjeg) trenutka, tokom n budućih godina. Uniformna godišnja rata R, ili anuitet na koju se raspodeljuje suma P sa kamatnom stopom i, u n jednakih iznosa, izračunava se preko faktora povraćaja kapitala, CRF (*Capital Recovery Factor*)

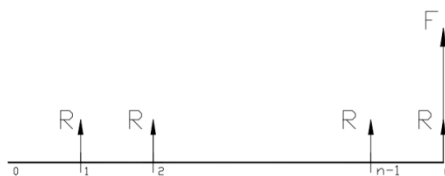


$$R = P \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P \cdot (CRF) = 1\,000\,000 \cdot \frac{0.12 \cdot (1+0.12)^{10}}{(1+0.12)^{10} - 1} = 176\,984 \text{ NJ}$$

Inverzan problem je da se proračuna sadašnja vrednost niza od n godišnjih rata, preko faktora aktualizacije uniformnog niza otplata PWF (*Present Worth Factor*)

$$P = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} = R \cdot (PWF)$$

Kada nas interesuje buduća vrednost uniformnog niza otplata koristi se faktor buduće vrednosti uniformnog niza, CAF (*Compound Amount Factor*).



$$F = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} = R \cdot (CAF)$$

i inverzno, koliko novca svake godine vlasnik računa treba da stavi u fond da bi se posle n godina akumulirala željena vrednost sume, tada se koristi faktor ukupnog novčanog ekvivalenta SFF (*Sinking Fund Factor*)

$$R = F \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1} = F \cdot (SFF)$$

- c) Anuitet je ovde iznos novčane rate otplate kredita. Prema zaključenom ugovoru, zajmoprimac periodično vraća zajam zajmodavcu u ratama. Anuitetom se svaki put vraća jedan

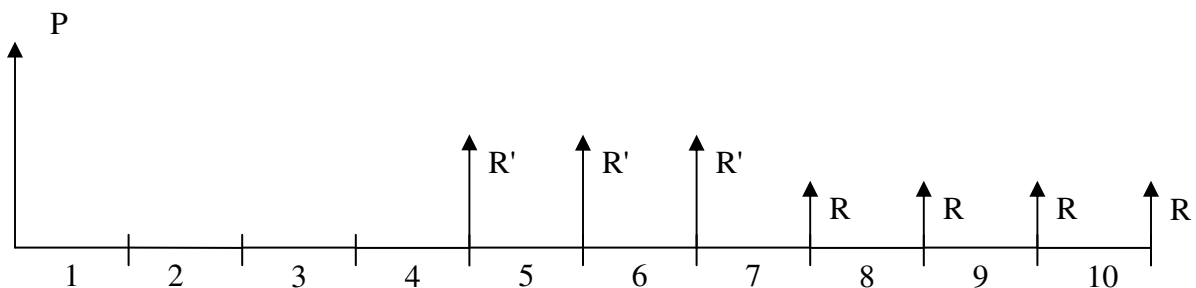


deo glavnice i interes na pozajmljenu glavnicu. Anuitet može da bude regularni i odloženi, prema ugovoru. Regularni anuitet može da se izračuna “unapred” faktorom za povraćaj kapitala (CRF) na svih  $n$  godine horizonta planiranja. Odloženi anuitet podrazumeva forsiranu otplatu u jednom intervalu otplate, posle apstiniranja od otplate u  $(k)$  godina – taj period se zove Grejs period. Izračunava se tako što se kombinuje primena (PWF), (CIF) i (CRF) faktora.

$k = 3$ , broj godina tokom kojih se ne plaća anuitet

$m = 3$ , broj godina tokom kojih se plaća odloženi anuitet  $R'$

$n - k - m = 4$ , broj godina tokom kojih se plaća regularni anuitet  $R$



Regularni anuitet kao pod b)

$$R = P \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 1000\,000 \cdot \frac{0.12 \cdot 1.12^{10}}{1.12^{10} - 1} = 176\,984 \text{ NJ}$$

Vrednost duga koji treba isplatiti do kraja 6. godine, svedeno na kraj 6. godine:

$$Dug_6 = R \frac{(1+i)^6 - 1}{i} = 176\,984 \cdot \frac{1.12^6 - 1}{0.12} = 1\,436\,259 \text{ NJ}$$

Isti taj dug, treba da bude isplaćen u godinama 4,5 i 6 odnosno u prethodnih  $m$  (3) godina, plaćanjem odloženog anuiteta:

$$R' = Dug_6 \frac{i}{(1+i)^m - 1} = 1\,022\,300 \cdot \frac{0.12 \cdot 1.12^3}{1.12^3 - 1} = 425\,634 \text{ NJ/god}$$

Ili:

$$R' = R \cdot \frac{(1+i)^{k+m} - 1}{i(1+i)^{k+m}} \cdot (1+i)^k \cdot \frac{i(1+i)^m}{(1+i)^m - 1} = R \cdot \frac{(1+i)^{k+m} - 1}{(1+i)^m - 1} = 425\,634 \text{ NJ/god}$$

Godina	Dug na početku godine [NJ]	Kamata[NJ/god]	Dug na kraju godine [NJ]	Godišnja otplata [NJ/god]	Ostatak duga na kraju godine[NJ]
1	1000000	120000	1120000	0	1120000
2	1120000	134400	1254400	0	1254400
3	1254400	150528	1404928	0	1404928
4	1404928	168591.36	1573519.36	425634	1147885.36
5	1147885.36	137746.2432	1285631.603	425634	859997.6032



6	859997.6032	103199.7124	963197.3156	425634	537563.3156
7	537563.3156	64507.59787	602070.9135	176984.164	425086.7495
8	425086.7495	51010.40993	476097.1594	176984.164	299112.9954
9	299112.9954	35893.55945	335006.5548	176984.164	158022.3908
10	158022.3908	18962.6869	176985.0777	176984.164	0.913735421

d) Mesečna kamatna stopa je stopa po kojoj se dobija isti iznos kamate bez obzira da li se kamata obračunava jedanput na kraju godine ili 12 puta u toku godine.

$$(1 + i_g) = (1 + i_m)^{12}$$

$$i_m = 1.12^{1/12} - 1 = 0.0094887 = 0.9488 \frac{\%}{mes}$$

$$R_{mes} = P \frac{i_m \cdot (1 + i_m)^{12 \cdot n}}{(1 + i_m)^{12 \cdot n} - 1} = 13994.17 \text{ NJ/mes}$$

### Inflacija

Inflacija se odnosi na smanjenje vrednosti novca, odnosno rast opšteg nivoa cena. Osnovni uzrok inflacije je uglavnom, povećanje količine novca u opticaju. Kada centralna banka štampa veće količine novca bez pokrića, vrednost novca brzo opada.

LF, faktor izravnjanja inflacionog niza

$$a = 6\%$$

$$U = R \cdot (LF) = 176\,984 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1 + 0.06}{1 + 0.12}\right)^{10}}{0.12 - 0.06} \frac{0.12 \cdot (1 + 0.12)^{10}}{(1 + 0.12)^{10} - 1} = 221\,035.92 \text{ NJ/god}$$

**Zadatak 2.** Ukupne investicije potrebne za izgradnju jedne hidroelektrane (sadašnja vrednost) su  $C_I = 50 \cdot 10^6 \text{ NJ}$ . Ako su stalni eksploatacioni (pogonski) troškovi u k-toj godini procenjeni na  $C_{Exk}^g = 1 \cdot 10^6 \text{ NJ/god}$ , a radni vek elektrane na 50 godina, naći sadašnju ekvivalentnu vrednost objekta, ako je planirani godišnji prihod u k-toj godini  $B_k^g = 7 \cdot 10^6 \text{ NJ/god}$ , računajući da je stopa aktualizacije u k-toj godini  $i_k = 10\%/god$  i utvrditi da li je projekat ekonomski isplativ. Pretpostaviti da su procenjeni eksploatacioni troškovi, prihodi i stopa aktualizacije iste u svim godinama radnog veka elektrane.

$$C_I = 50 \cdot 10^6 \text{ NJ}$$

$$C_{Exk}^g = 1 \cdot 10^6 \text{ NJ/god}$$

$$B_{Exk}^g = 7 \cdot 10^6 \text{ NJ/god}$$

$$i_k = 10\%/god$$



Stopa aktualizacije 'i' je diskontna stopa, koja u izvedenim formulama igra istu ulogu kao i kamatna (interesna) stopa, ali ne vrši istu funkciju. *Kamatna stopa* uvek je okrenuta prema budućnosti i predstavlja instrument uvećanja kapitala sa vremenom. Ona daje meru godišnjeg prihoda (ili rashoda), koji se ima na pozajmljeni kapital. S druge strane, *stopa aktualizacije* ne učestvuje u stvaranju nove vrednosti, već se samo koristi za vrednovanje budućih efekata pri donošenju odluka u cilju realizacije neke politike investicionih ulaganja, a nikad u svrhe finansijskih transakcija. Pošto se pojam stope aktualizacije koristi radi vrednovanja kapitala u budućnosti, uvek se kao problem postavlja pitanje njenog ispravnog određivanja, jer ona preslikava globalno stanje ekonomije zemlje. U tu svrhu najčešće se koriste podaci o očekivanoj profitnoj stopi kapitala uloženog u investiciju ili državni propisi o. prinosu na kapital. Uobičajene vrednosti stope aktualizacije (diskontne stope) koje se danas koriste su između 7 i 12% godišnje. Niske stope aktualizacije su povoljne, a visoke nepovoljne za investitora.

Uopšteno, ekonomski kriterijum za prihvatanje angažovanja na jednom projektu počiva na ispitivanju prirode znaka novčanog ekvivalenta iz jednačine aktualizovanih novčanih tokova. Jednačina aktualizovanih novčanih tokova, sumira sve prihode i rashode svedene iz različitih perioda vremena. Ona izražava ekonomski bilans svih ulaganja i primanja u vezi sa jednim projektom u okviru horizonta planiranja. Iz ove jednačine može da se dobije novčani ekvivalent bilansa, koji se zove različito, PW, FW ili AW, u zavisnosti od toga da li su novčani tokovi aktualizovani na sadašnju ili buduću vrednost, ili se traži godišnja rata uniformnog niza.

Jednačina aktualizovanih novčanih tokova je:

$$\text{prihodi} - \text{troškovi} = 0$$

Podrazumeva se da se neko za posao ipak odlučuje samo onda kada planirani prihodi barem malo nadmaše planirane rashode,

$$\text{prihodi} - \text{troškovi} \geq 0$$

Ova nejednakost je istovremeno i iskaz ekonomskog kriterijuma za prihvatanje angažovanja na jednom projektu.

Što se troškova tiče, u elektroenergetskim sistemima oni se mogu svesti na dve osnovne grupe. To su:

- Investicioni troškovi ( $C_I$ ).
- Eksploatacioni (pogonski) troškovi ( $C_{Ex}$ )

*Investicioni troškovi* zavise od uslova finansiranja projekta (u kome učestvuju sopstvena i pozajmljena sredstva) i obično se svode na jednake godišnje otplate kredita, tokom ugovorenog perioda otplate zajma. S druge strane, eksploatacioni (pogonski) troškovi sastoje se iz dve komponente. To su:

1. Stalni troškovi pogona i održavanja.
2. Promenljivi troškovi vezani za proizvodnju (promenljivi troškovi pogona i održavanja i troškovi goriva).



Sadašnja ekvivalentna vrednost ukupnog projekta je:

$$PW = -50 \cdot 10^6 + (7 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) \frac{(1 + 0.1)^{50} - 1}{0.1 \cdot (1 + 0.1)^{50}} = 9.488 \cdot 10^6 \text{ NJ} > 0$$

Novčani ekvivalent ovog projekta je pozitivan, projekat je ekonomski isplativ (ostvarljiv).

Godišnji ekvivalent ovog projekta je :

$$AW = -50 \cdot 10^6 \frac{0.1 \cdot (1 + 0.1)^{50}}{(1 + 0.1)^{50} - 1} + (7 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) = 0.5 \cdot 10^6 \text{ NJ/god} > 0$$

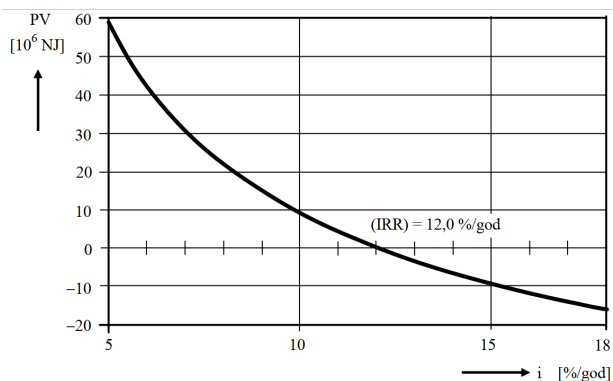
Budući ekvivalent sračunati za domaći.

**Zadatak 3:** Za hidroelektranu iz prethodnog zadatka, proračunom sadašnje ekvivalentne vrednosti objekta za nekoliko različitih godišnjih stopa aktualizacije  $i$  (na primer, za  $i = 18 \text{ %/god}$ ;  $i = 13 \text{ %/god}$ ;  $i = 10 \text{ %/god}$  i  $i = 5 \text{ %/god}$ ), nacrtati krivu  $PW = f(i)$  i grafički odrediti internu stopu povraćaja (IRR)

$$PW(i = 18\%) = -50 \cdot 10^6 + (7 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) \frac{(1 + 0.18)^{50} - 1}{0.18 \cdot (1 + 0.18)^{50}} = -16.675 \cdot 10^6 \text{ NJ} < 0$$

$$PW(i = 13\%) = -50 \cdot 10^6 + (7 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) \frac{(1 + 0.13)^{50} - 1}{0.13 \cdot (1 + 0.13)^{50}} = -3.948 \cdot 10^6 \text{ NJ} < 0$$

$$PW(i = 5\%) = -50 \cdot 10^6 + (7 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) \frac{(1 + 0.05)^{50} - 1}{0.05 \cdot (1 + 0.05)^{50}} = 59.5355 \cdot 10^6 \text{ NJ} > 0$$



Ako je u jednačini aktualizovanih novčanih tokova nepoznata veličina kamatna stopa, kada se ona izračuna, onda se ona naziva interna stopa prinosa (povraćaja kapitala), ( $i = \text{IRR}$ , Internal Rate of Return). To je ona kamatna stopa koja balansira jednačinu aktualizovanih novčanih tokova.

Treba rešiti jednačinu

$$PW(i = ?) = -50 \cdot 10^6 + (7 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6) \frac{(1 + i)^{50} - 1}{i \cdot (1 + i)^{50}} = 0$$



Opravdano je ući u investicije tek kada je interna stopa IRR tog projekta jednaka ili veća od kriterijumske stope (MARR).

Dobije se rešenje  $i_{IRR} = 11.96\%$

**Zadatak 4:** Za realizaciju investicionog projekta moguće su dve alternativne opcije finansiranja prikazane u tabeli. Metodom minimalne sadašnje ekvivalentne vrednosti projekta izabrati ekonomičniju od te dve opcije, uz pretpostavku da je godišnja stopa aktualizacije  $i = 6\%$ /god.

	Alternativa 1	Alternativa 2
Investicioni troškovi ( $C_I$ ) [NJ]	$3 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^6$
Dužina radnog (ujedno i životnog) veka ( $n = \ell$ ) [god]	6	8
Ostatak vrednosti na kraju radnog veka ( $V_\ell^{ost}$ ) [NJ]	0	$1 \cdot 10^6$
Godišnji eksploatacioni troškovi ( $C_{Ex}^g$ ) [NJ/god]	$0,75 \cdot 10^6$	$0,55 \cdot 10^6$

Bolja od dve alternative se može birati i tako što će se gledati koja ima manje ekvivalentne troškove. Radni (vek za dve ponuđene alternativne opcije nije isti, pa se kod rešenja problema mora primeniti metod najmanjeg zajedničkog sadržitelja za dva radna veka, koji je ovde 24 godine. Birajući da proračunski vremenski period iznosi 24 godine, mora se za **Alternativu 1** izvršiti proračun sadašnje ekvivalentne vrednosti projekta za četiri intervala po 6 godina, a za Alternativu 2, za tri intervala po 8 godina.

$$PW_1 = C_{I1} + C_{I1} \frac{1}{(1+0.06)^6} + C_{I1} \frac{1}{(1+0.06)^{12}} + C_{I1} \frac{1}{(1+0.06)^{18}} + C_{Ex1}^g \frac{(1+0.06)^{24} - 1}{0.06 \cdot (1+0.06)^{24}}$$

$$PW_1 = 3 \cdot 10^6 \left( 1 + \frac{1}{(1+0.06)^6} + \frac{1}{(1+0.06)^{12}} + \frac{1}{(1+0.06)^{18}} \right) + 0.75 \cdot 10^6 \frac{(1+0.06)^{24} - 1}{0.06 \cdot (1+0.06)^{24}}$$

$$PW_1 = 17.069 \text{ NJ}$$

$$PW_2 = C_{I2} + (C_{I2} - V_\ell^{ost}) \frac{1}{(1+0.06)^8} + (C_{I2} - V_\ell^{ost}) \frac{1}{(1+0.06)^{16}} - V_\ell^{ost} \frac{1}{(1+0.06)^{24}} + C_{Ex2}^g \frac{(1+0.06)^{24} - 1}{0.06 \cdot (1+0.06)^{24}}$$

$$PW_2 = 5 \cdot 10^6 \left( 1 + \frac{1}{(1+0.06)^8} + \frac{1}{(1+0.06)^{16}} \right) - 1 \cdot 10^6 \left( \frac{1}{(1+0.06)^8} + \frac{1}{(1+0.06)^{16}} + \frac{1}{(1+0.06)^{24}} \right) + 0.55 \cdot 10^6 \frac{(1+0.06)^{24} - 1}{i \cdot (1+0.06)^{24}}$$



$$PW_2 = 10.105 \cdot 10^6 - 1.268 \cdot 10^6 + 6.903 \cdot 10^6 = 15.74 \cdot 10^6 \text{ NJ}$$

Ovde smo uzeli da su troškovi sa pozitivnim predznakom, tako da je povoljnija opcija sa manjom sadašnjom vrednošću, tj Alternativa 2. Ako bi se zanemario različit radni vek dve razmatrane alternative, pogrešno bi sezaključilo da je ekonomičnija Alternativa 1.

Koristan savet: Ako bi se primenila metoda godišnjih troškova, dobio bi se ekvivalentan zaključak, s tim što ne bi moralo da se radi sa 24 godine.

**Zadatak 5:** Analizira se izgradnja termoelektrane, za sledeće ulazne podatke:

- Specifični investicioni troškovi  $c_s = 1021 \text{ NJ/kW}$
- Nominalna snaga agregata  $P_{gn} = 500 \text{ MW}$
- Specifična potrošnja toplote  $d_T = 9419 \text{ MJ/kWh}$
- Očekivana cena goriva  $c_l = 1.25 \text{ NJ/MJ}$
- Očekivana cena prodane električne energije  $c_w = 32 \text{ NJ/MWh}$
- Godišnji faktor korišćenja elektrane  $m_g^g = 0.8$ .
- Period posmatranja (radni vek elektrane)  $n = 30 \text{ god.}$
- Troškovi održavanja :Zanemareni.

Izračunati:

a) Minimalnu internu stopu povraćaja kapitala [(IRR) - "Internal Rate of Return"] da bi investicija bila isplativa.

b) Minimalnu internu stopu povraćaja kapitala [(IRR)], pod uslovom da se godišnji faktor iskorišćenja elektrane posle 10 godina smanji za 15 %, a posle 20 godina za dodatnih 15 %

Izračunate vrednosti za (IRR) iz tač. a-b uporediti sa minimalnom atraktivnom stopom povraćaja (MARR) = 12 %/god.

a) Ukupni investicioni troškovi:

$$C_I = c_s \cdot P_{gn} = 510.5 \cdot 10^6 \text{ NJ}$$

Očekivana godišnja proizvodnje:

$$W_g = m_g^g \cdot P_{gn} \cdot 8760 = 3\,504\,000 \text{ MWh}$$

Eksploatacioni troškovi: (troškovi održavanja zanemareni, samo troškovi goriva)

$$C_{eks} = c_l \cdot d_T \cdot W_g = 11.77 \frac{\text{NJ}}{\text{MWh}} \cdot 3\,504\,000 \text{ MWh} = 41.24 \cdot 10^6 \text{ NJ/god}$$

Godišnji prihodi:

$$P = c_w \cdot W_g = 112.19 \cdot 10^6 \text{ NJ/god}$$

Godišnja dobit:

$$B = P - C_{eks} = 70.95 \cdot 10^6 \text{ NJ/god}$$

Da bi investicija bila isplativa, suma godišnjih prihoda mora da je barem jednaka investicionom trošku.



$$C_I = B \frac{(1+i)^{30}-1}{i \cdot (1+i)^{30}}$$

$$IRR = 13.59 \% / god$$

b) Od 1-10 godine: isto kao pod a)

$$B_I = 70.95 \cdot 10^6 NJ / god$$

Od 11.-20.

$$B_{II} = 70.95 \cdot 0.85 \cdot 10^6 NJ / god = 60.31^6 NJ / god$$

Od 21.-30.

$$B_{III} = 60.31 \cdot 0.85 \cdot 10^6 NJ / god = 51.26^6 NJ / god$$

Rešavanjem:

$$C_I = B_I \frac{(1+i)^{10}-1}{i \cdot (1+i)^{10}} + B_{II} \frac{(1+i)^{10}-1}{i \cdot (1+i)^{10}} \frac{1}{(1+i)^{10}} + B_{III} \frac{(1+i)^{10}-1}{i \cdot (1+i)^{10}} \frac{1}{(1+i)^{20}}$$

$$IRR = 12.85 \% 7 god$$