

Prognoza potrošnje

1. Ostvarena godišnja potrošnja električne energije u nekom elektroenergetskom sistemu u periodu od 2011-2015. godine prikazana je u tabeli. Potrebno je:

a. Aproksimirati zavisnost ostvarene potrošnje $X_t = W_{pt}^g = f(t)$ logaritamskom pravom i metodom minimuma sume kvadratnih odstupanja odrediti parametre modela (a i b), kao i srednju godišnju stopu porasta potrošnje (psr).

b. Pod pretpostavkom da će se u periodu 2016-2025. godina nastaviti porast godišnje potrošnje električne energije po istom zakonu utvrđenom u tački a, odrediti potrebe sistema u 2020 i 2025. godini.

c. Naći srednje-kvadratnu grešku σ i komentarisati "kvalitet" prognostičkog modela.

Godina	2011	2012	2013	2014	2015
t	1	2	3	4	5
$W_{pt}^g [GWh]$	10	12	16	22	30

Rešenje:

a) Predviđanje po logaritamskoj pravoj ekvivalentno je modelu eksponencijalne funkcije. Ono se bazira na pretpostavci da će se razvoj u budućnosti nastaviti istim trendom (sa istom godisnjom stopom porasta), koji je ostvaren u prošlosti. Tu se problem predviđanja buduće potrošnje električne energije svodi na određivanje stope porasta potrošnje u budućnosti. Ako se pretpostavi da je taj porast konstantan i jednak srednjem godisnjem porastu u prošlosti, onda se potrošnja u nekom vremenskom periodu od t godina, može opisati modelom, čija je forma svedena na oblik

$$X_t = X_0(1 + p)^t, \text{ p je godišnja stopa rasta}$$

$$\log X_t = \log X_0 + t \cdot \log(1 + p)$$

$$a = \log X_0$$

$$b = \log(1 + p)$$

$$\log X_t = a + bt \text{ treba naći a i b}$$

$$e = \sum_{t=1}^N E^2 = \sum_{t=1}^N (\log X_t - a - bt)^2$$

$$\frac{\partial e}{\partial a} = 0 \quad -2 \sum_{t=1}^N (\log X_t - a - bt) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = 0 \quad -2 \sum_{t=1}^N (\log X_t - a - bt) t = 0$$

Dobijemo sistem:

$$aN + b \sum_{t=1}^N t = \sum_{t=1}^N \log X_t$$

$$a \sum_{t=1}^N t + b \sum_{t=1}^N t^2 = \sum_{t=1}^N t \cdot \log X_t$$

Godina	t	t ²	X _t	log X _t	t · log X _t	10 ^{0.8553+0.1217*t}	E	E ²
2011	1	1	10	1	1	9.484	0.516	0.266
2012	2	4	12	1.079	2.158	12.552	-0.552	0.305
2013	3	9	16	1.204	3.612	16.611	-0.611	0.3733
2014	4	16	22	1.342	5.368	21.984	0.016	0.000256
2015	5	25	30	1.477	7.385	29.094	0.906	0.821
Σ	15	55	90	6.102	19.523			1.765

$$5a + 15b = 6.102$$

$$15a + 55b = 19.523$$

$$a = 0.8553$$

$$b = 0.1217$$

$$b = \log(1 + p_{sr}) \Rightarrow p_{sr} = 10^{0.1217} - 1 = 0.3234$$

$$X_0 = 10^{0.8553} = 7.1664$$

b) Godina 2020; t=10 $W_{2020} = 10^{0.8553+0.1217*10} = 118.11 \text{ GWH}$ ili

$$W_{2020} = 10^{0.8553} * 1.3234^{10} = 118.09 \text{ GWh}$$

Godina 2025; t=15 $W_{2025} = 10^{0.8553+0.1217*15} = 479.51 \text{ GWH}$ ili

$$W_{2025} = 10^{0.8553} * 1.3234^{15} = 479.36 \text{ GWh}$$

c) Standardna devijacija (srednje-kvadratna greška)

$$\sigma = \sqrt{\frac{e}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (\log X_t - 0.8553 - 0.1217t)^2}{N}} = 0.594 \text{ GWh}$$

Ova veličina može korisno da posluži za komparativnu ocenu kvaliteta (u matematičkom smislu) dobijene prognoze u vidu neke od analitičkih funkcija. Smatra se da je prognoza "dobra", ako je vrednost srednje-kvadratnog odstupanja "mala", a suprotno da "nije dobra", ako je ta vrednost "velika", pri čemu se prag za granicu između "malih" i "velikih" vrednosti mora unapred definisati.

2. U regionu koji pokriva neki elektroenergetski sistem, ostvareni bruto nacionalni proizvod (BDP) u [NJ] (10^6 USD) i godišnja potrošnja električne energije (W_{pg}) u [GWh], u periodu 2011-2015. godina, prikazani su u tabeli. Potrebno je:
- Pod pretpostavkom da je zavisnost godišnje potrošnje električne energije od bruto domaćeg proizvoda data pravom, metodom minimuma sume kvadratnih odstupanja odrediti nepoznate koeficijente a i b korelacionog modela
 - Pod pretpostavkom da će isti zakon korelacije između godišnje potrošnje električne energije i bruto domaćeg proizvoda kao u tački a važiti i u periodu 2015-2025. godine, odrediti njihove vrednosti u 2020 i 2025. godini. Rezultate proveriti preko modela godišnje potrošnje električne energije i bruto domaćeg proizvoda, predstavljenih preko linearnih zavisnosti od vremena.
 - Odrediti koeficijent korelacije između godišnje potrošnje električne energije i bruto domaćeg proizvoda za posmatrani elektroenergetski sistem. Komentarisati dobijeni rezultat.

Godina	2011	2012	2013	2014	2015
t	1	2	3	4	5
BNP [NJ]	12	14	17	19	23
W_{pt}^g [GWh]	6	7	8	8	11

Rešenje:

Potrošnja električne energije zavisi od niza drugih uticajnih veličina, kao što su na primer veličina i struktura društvenog proizvoda, broj domaćinstava, stanovnika i njihov standard, cene raznih vrsta energije, nivo elektrifikacije u domaćinstvima i industriji itd. , pa se mogu formirati adekvatne funkcionalne zavisnosti koje preslikavaju sve te međusobne veze i uticaje između raznih relevantnih faktora i potrošnje električne energije. Iako su po svom obliku i načinu rešavanja zavisni metodi veoma slični ranije proučenim nezavisnim metodima vremenskih nizova, potrebno je istaći jednu bitnu razliku: prognoza potrošnje na osnovu zavisnih metoda se, za razliku od nezavisnih metoda, u suštini sprovodi u dva koraka. U prvom koraku određuje se zakonitost promene potrošnje od egzogenih(spoljašnjih promenljivih) promenljivih, putem određivanja nepoznatih koeficijenata modela. U drugom koraku je u cilju dobijanja prognoze potrošnje neophodno izvršiti i predviđanje promena egzogenih promenljivih sa vremenom. Zavisne (korelacione) metode prognoziraju razvoj jedne električne veličine (potrošnje energije, na primer) na osnovu razvoja skupa neelektričnih i električnih veličina u budućnosti. Pored potrošnje električne energije (GWh), treba imati i hronološke nizove svih veličina za koje se pretpostavlja da mogu da utiču na posmatranu, električnu veličinu. Na potrošnju električne energije dominantno utiču makroekonomske promenljive (neelektrične i električne varijable) kao što su bruto nacionalni dohodak, nivo industrijske proizvodnje, cena električne energije, broj stanovnika, nivo investicionih ulaganja, itd. Bruto domaći proizvod (BDP, ili eng.GDP) je suma finalnih dobara koja su proizvedena i usluga koje su pružene u jednoj zemlji u određenom vremenskom periodu (najčešće godinu dana). To je ekonomski izraz

koji predstavlja ukupnu proizvodnju finalnih roba i usluga, ostvarenih u nacionalnoj ekonomiji bez obzira na vlasništvo. To podrazumeva da BDP uključuje vrednost produkcije stranih lica (kompanija) u zemlji.

y_t , godišnja potrošnja električne energije u GWh

x_t , bruto domaći proizvod

Korelaciona jednačina:

$$y_t = a + bx_t$$

$$e = \sum_{t=1}^N (y_t - a - bx_t)^2$$

$$\frac{\partial e}{\partial a} = 0 \quad -2 \sum_{t=1}^N (y_t - a - bx_t) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial b} = 0 \quad -2 \sum_{t=1}^N (y_t - a - bx_t) x_t = 0$$

Rešavamo sistem:

$$\begin{aligned} aN + b \sum_{t=1}^N x_t &= \sum_{t=1}^N y_t \\ a \sum_{t=1}^N x_t + b \sum_{t=1}^N x_t^2 &= \sum_{t=1}^N x_t y_t \end{aligned}$$

Godina	x_t	x_t^2	y_t	$x_t y_t$
2011	12	144	6	72
2012	14	196	7	98
2013	17	289	8	136
2014	19	361	8	152
2015	23	529	11	253
Σ	85	1519	40	711

$$a = 0.8784 \quad b = 0.4189 \quad y_t = 0.8784 + 0.4189x_t$$

b) Metodom minimum sume kvadrata odstupanja dobijaju se sledeće linearne zavisnosti:

$$y_t = 4.7 + 1.1 t \quad x_t = 8.9 + 2.7 t$$

U 2020. Godini (t=10) i 2025 (t=15);

Na osnovu linearnih zavisnosti:

$$\text{BND } x_{10} = 8.9 + 2.7 * 10 = 35.9 \text{ NJ}$$

$$x_{15} = 8.9 + 2.7 * 15 = 49.4 \text{ NJ}$$

W

$$y_{10} = 4.7 + 1.1 * 10 = 15.7 \text{ GWh}$$

$$y_{15} = 4.7 + 1.1 * 15 = 21.2 \text{ GWh}$$

W, na osnovu BND-a

$$y_{10} = 0.8784 + 0.4189 * 35.9 = 15.917 \text{ GWh}$$

$$y_{15} = 0.8784 + 0.4189 * 49.4 = 21.572 \text{ GWh}$$

c)

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 17 \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = 8$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$$

t	x_t	y_t	$X_t = x_t - \bar{x}$	$Y_t = y_t - \bar{y}$	$X_t * Y_t$	X_t^2	Y_t^2	
1	12	6	-5	-2	10	25	4	
2	14	7	-3	-1	3	9	1	
3	17	8	0	0	0	0	0	
4	19	8	2	0	0	4	0	
5	23	11	6	3	18	36	9	
Σ	85	40			31	74	14	

$$r = \frac{31}{\sqrt{74 * 14}} = 0.9631$$

Pre određivanja nepoznatih parametara prognostičkog modela potrebno je odrediti funkcionalne zavisnosti neelektričnih i električnih varijabli od vremena. Za ovo aproksimiranje koristi se metoda minimuma sume kvadrata odstupanja. Potom se odrede i nepoznati parametri (najčešće linearne) zavisnosti potrošnje električne energije od izabranih neelektričnih i električnih varijabli, što je postavljanje korelacione jednačine. I za ovo aproksimiranje koristi se metoda minimuma sume kvadrata odstupanja. Koeficijent korelacije, indikator intenziteta korelacije (zavisnosti) između varijabli, se a posteriori izračunava da bi se potvrdila ili relativizovala povezanost potrošnje električne energije sa izabranim neelektričnim i električnim varijablama.

Linearna korelacija između dve promenljive veličine je najosnovnija vrsta korelacije. Poznato je da postoji jaka povezanost bruto nacionalnog prooizvoda (BNPa) i potrošnje energije. Električna

energija učestvuje delom u ukupnoj potrošnji energije u jednoj zemlji. Pošto je bruto domaći proizvod veličina koja se statistički pomno prati (i prognozira), moguće je dobiti prognozu potrošnje energije iz prognoze BDP-a. Korelaciona jednačina koja služi za estimaciju jedne promenljive (potrošnja energije) iz druge (BDP-a) je najčešće jednačina prave (korelaciona linija ili korelaciona prava). Kriterijum korelacije koji usvajamo, glasi: što je koeficijent korelacije po apsolutnoj vrednosti bliži jedinici, čvršća je zavisnost i povezanost dva procesa. Kriterijum korelacije se primenjuje naknadno, pošto je već pretpostavljena i određena korelaciona jednačina. Ako kriterijum korelacije nije ispunjen, odbacujemo i pretpostavku o postojanju korelacije dve veličine.

Koeficijent korelacije može da bude između -1 i 1. Znak koeficijenta korelacije ukazuje da li rastom x promenljiva y opada (r negativno) ili raste (r pozitivno). Opšte pravilo glasi: ako je $\text{abs}(r) > 0,7$, kaže se da postoji jaka korelacija između posmatranih promenljivih. Ako je $0,5 < \text{abs}(r) < 0,7$, kaže se da podaci ukazuju da između posmatranih promenljivih postoji korelacija. Za $\text{abs}(r) < 0,4$ kaže se da podaci ne ukazuju na međusobnu korelisanost posmatranih promenljivih.